

## Проект

# Математическое моделирование для экспериментальных исследований функциональных основ первичных механизмов зрения

*А.В. Чижов*  
*А.Ю. Бучин*  
*Е.Ю. Смирнова*



*ФТИ им. Иоффе*

*L.J. Graham*  
*A. Schramm*  
*D. Marinazzo*



*Université Descartes (Paris-V)*

## СИНХРОНИЗАЦИЯ ПОПУЛЯЦИИ НЕЙРОНОВ СИГНАЛОМ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

*А. Ю. БУЧИН<sup>1,2</sup>, А.В. ЧИЖОВ<sup>2</sup>*

1) Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

2) Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, С.-Петербург

[anton.chizhov@mail.ioffe.ru](mailto:anton.chizhov@mail.ioffe.ru)

[toia.buchin@mail.ioffe.ru](mailto:toia.buchin@mail.ioffe.ru)

# Популяция нейронов

## Определение

Популяция – это набор подобных нейронов, получающих одинаковый входной сигнал. Различия характеристик нейронов (например, порогов) и входных сигналов (например, шума) приводит к разбросу активности нейронов.

[W.Gerstner, W.Kistler, 2002]

## Основные допущения популяционных моделей:

- Входной сигнал – синаптический ток и проводимость + шум
- Бесконечное число нейронов
- Выходной сигнал – популяционная активность (population firing rate)

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \frac{n_{act}(t; t + \Delta t)}{\Delta t}$$

## Типы популяционных моделей:

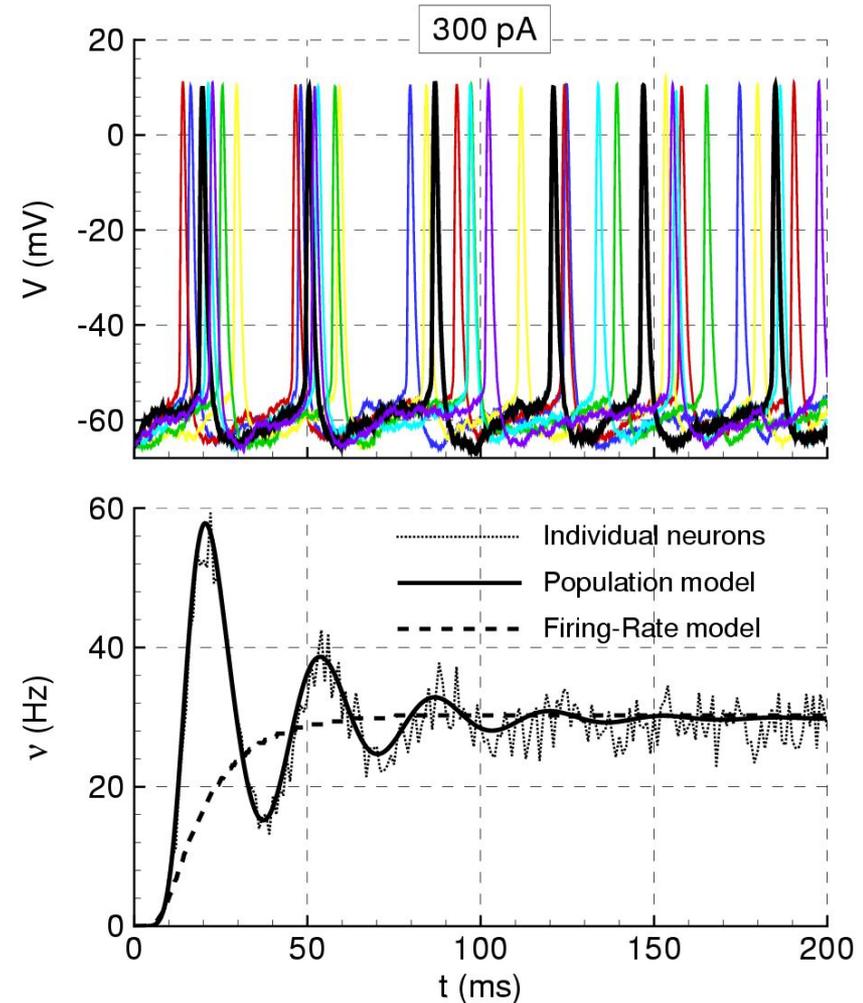
1. *Прямое моделирование (Direct Simulation)* отдельных нейронов

2. *Частотные модели (Firing-Rate models)*

Допущение: нейроны десинхронизированы

$$v = v(I) \quad \text{or} \quad v = v(U)$$

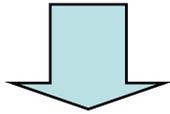
3. Подходы на основе функции распределения вероятности *Probability Density Approach (PDA)*



## Частотная модель популяции LIF-нейронов (FR)

$$C \frac{dV_i}{dt} = I_a - g_L(V_i - V_L) + \sqrt{2} \sigma_V g_L \xi(t)$$

if  $V_i > V^T$  then  $V_i = V_{reset}$  & spike



$$C \frac{dU}{dt} = I_a - g_L(U - V_L)$$

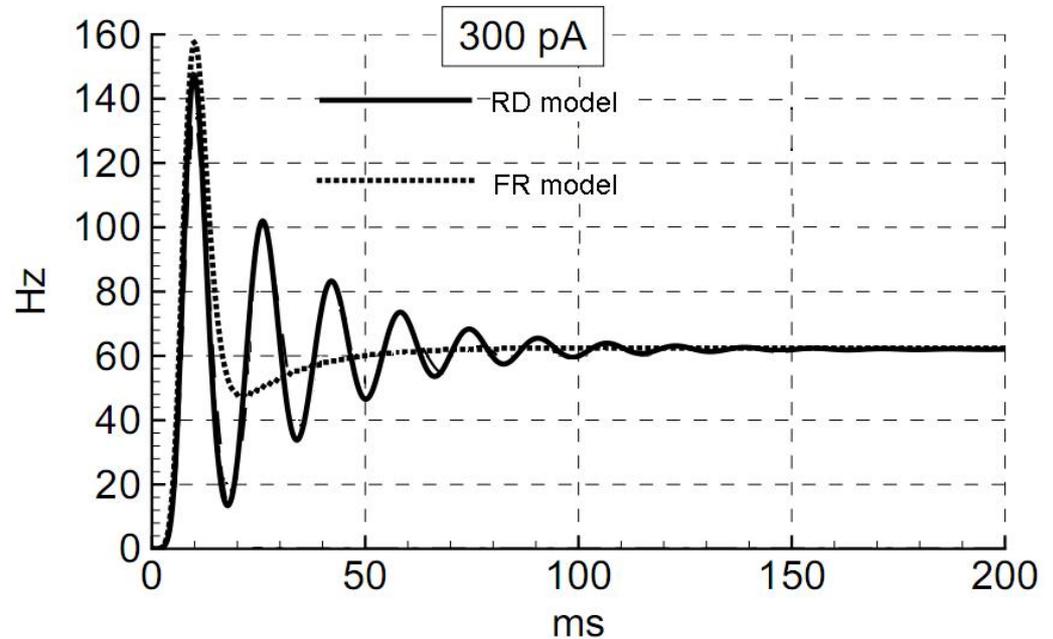
$$v(t) = \bar{A}(U) + \bar{B}(U, dU/dt)$$

[A.V.Chizhov, S.Rodrigues, J.R.Terry, 2007]

$$\bar{A}(U) = \left[ \tau_m \sqrt{\pi} \int_{(V_{reset}-U)/\sigma_V \sqrt{2}}^{(V^T-U)/\sigma_V \sqrt{2}} e^{u^2} (1 + \operatorname{erf}(u)) du \right]^{-1}$$

[P. I. M. Johannesma, 1968]

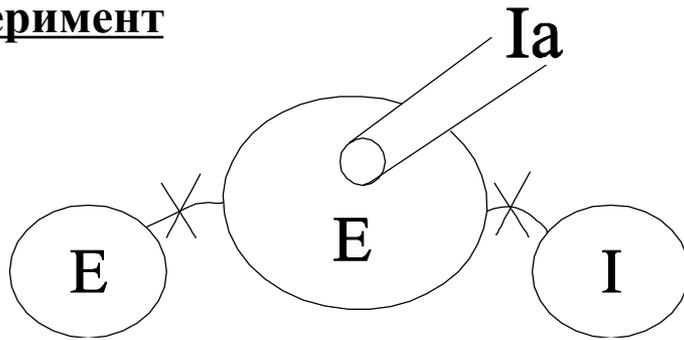
$$\bar{B}(U, dU/dt) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_V} \left[ \frac{dU}{dt} \right]_+ \exp\left( -\frac{(V^T - U)^2}{2\sigma_V^2} \right)$$



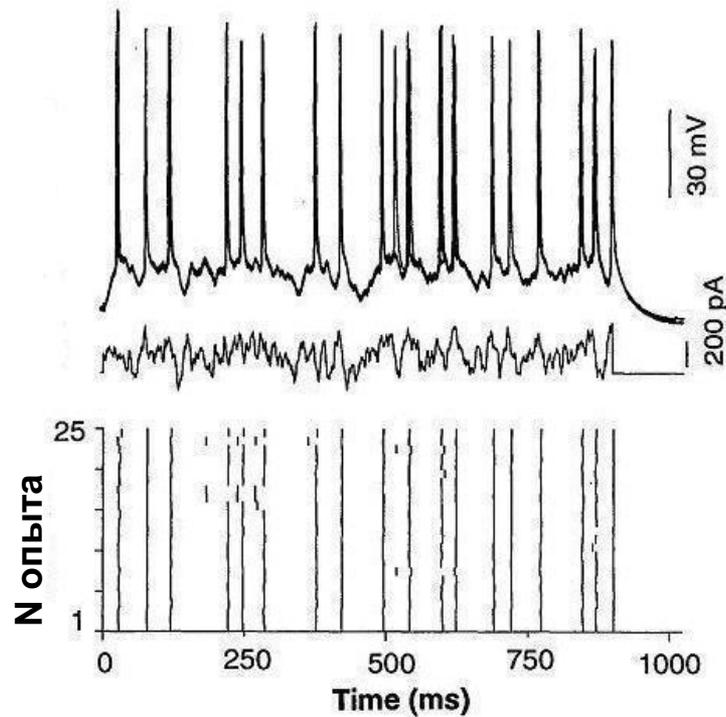
### Параметры

|                       |            |
|-----------------------|------------|
| $U _{t=0} = V^{rest}$ | $I_a$      |
| $V^T$                 | $\sigma_V$ |
| $V^{reset}$           | $\tau_m$   |

## Эксперимент



$$I_a \mu_s = 150 \text{ pA} \quad \sigma_s = 100 \text{ pA} \quad \tau_s = 3 \text{ ms}$$



## Блокаторы синаптических токов

Глутаматовые  
рецепторы:

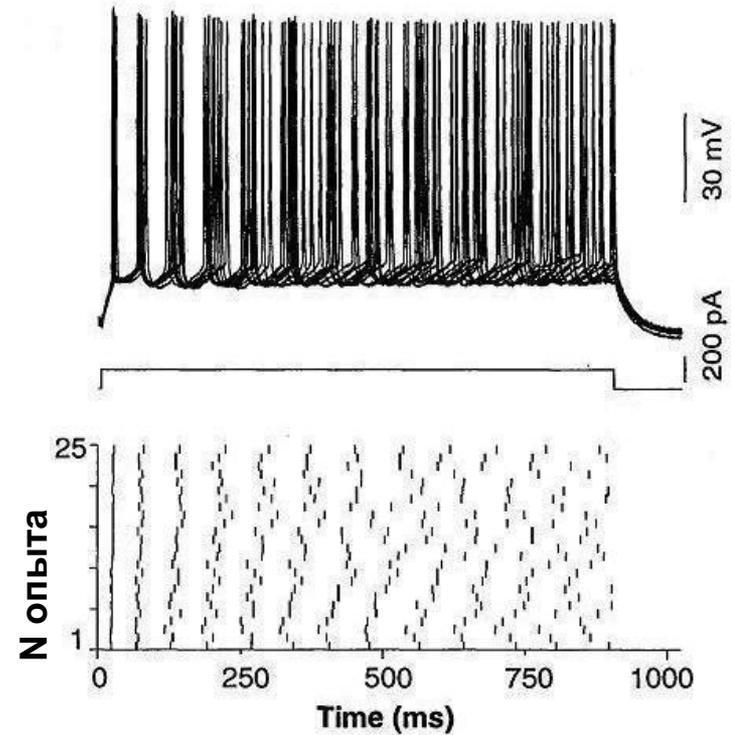
*D-APV*  $20 \mu\text{M}$   
*DNQX*  $10 \mu\text{M}$

GABA-A  
рецепторы:

*BMI*  $5 \mu\text{M}$

[F. Mainen and J. Sejnowsky, 1995]

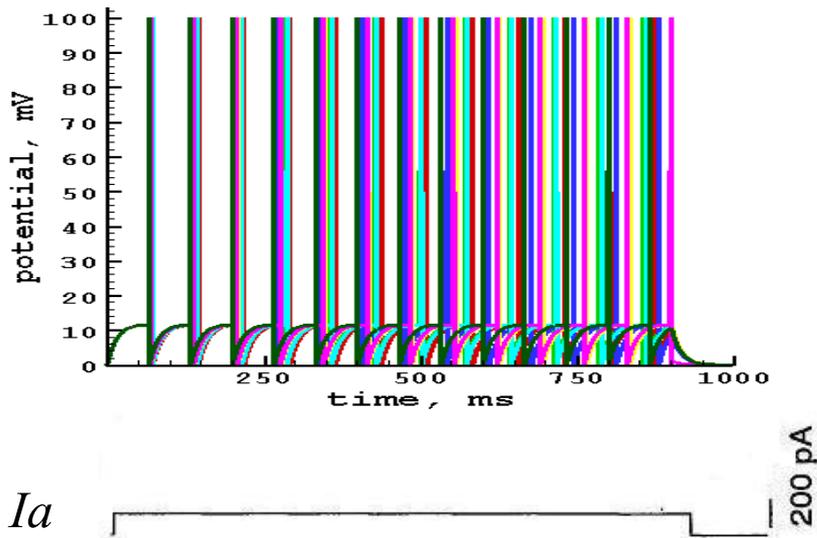
$$I_a = 150 \text{ pA}$$



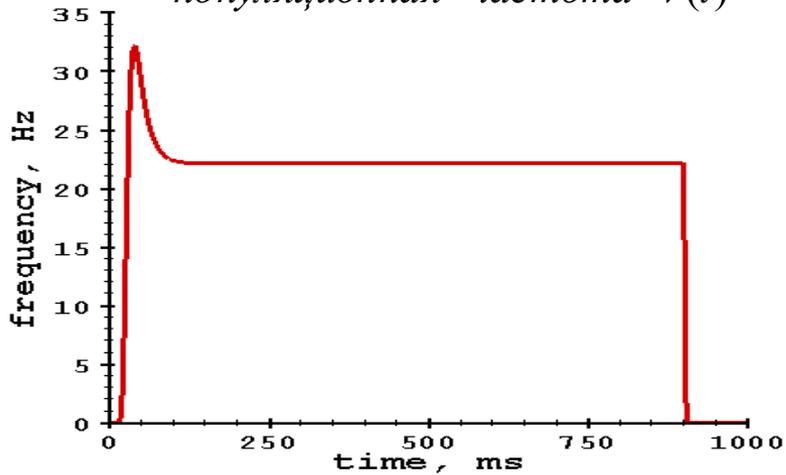
## Модель FR

$$C \frac{dU}{dt} = I_a - g_L(U - V_L)$$

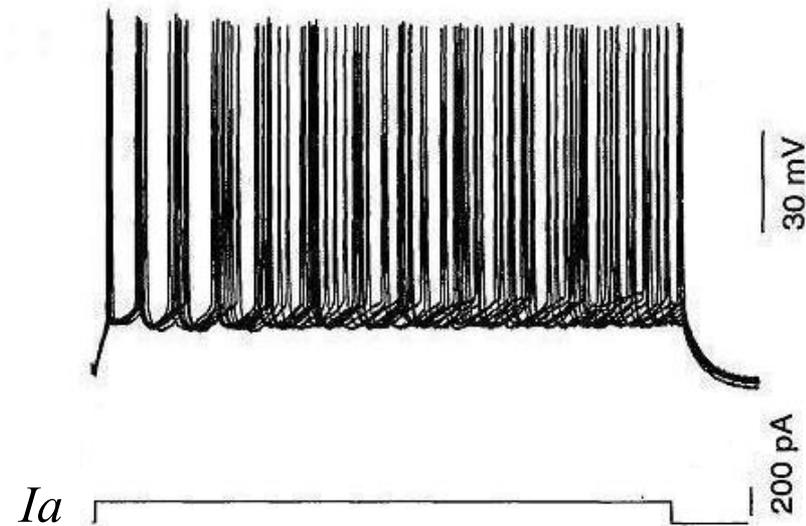
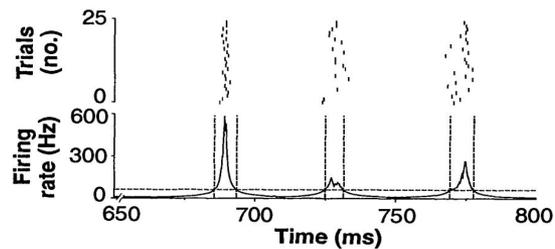
$$v(t) = \bar{A}(U) + \bar{B}(U, dU/dt)$$



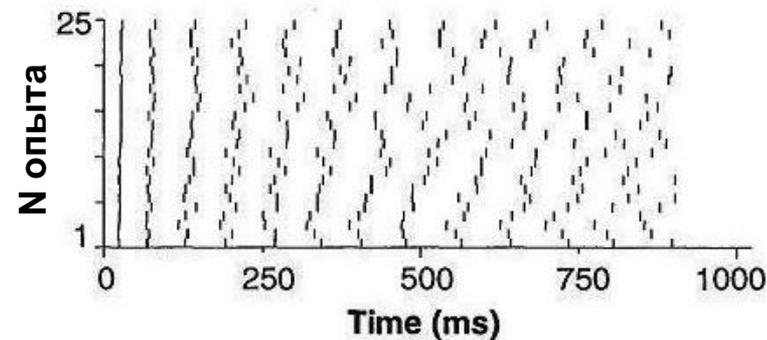
*популяционная частота  $v(t)$*



## Эксперимент



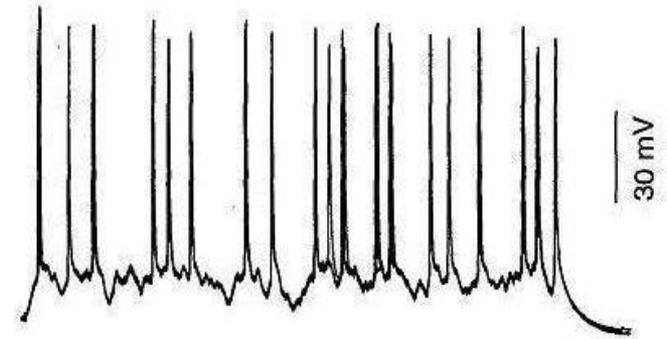
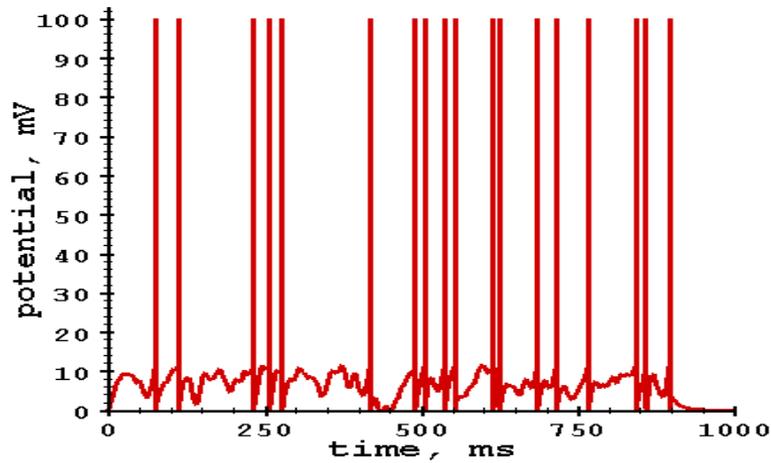
*растрограмма спайков*



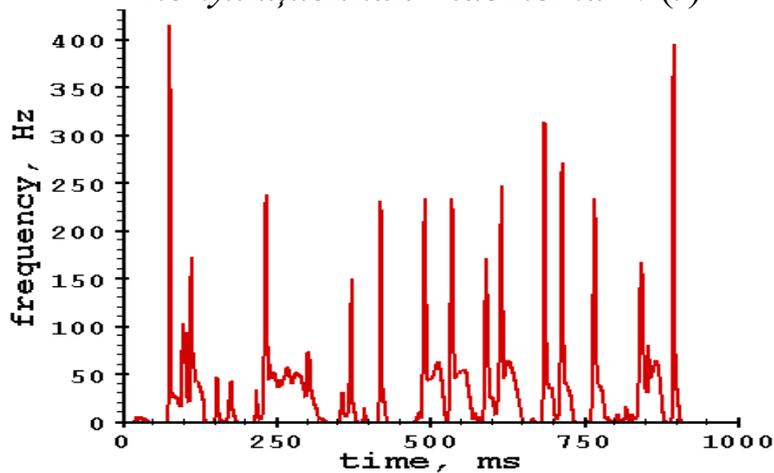
# Модель FR

# Эксперимент

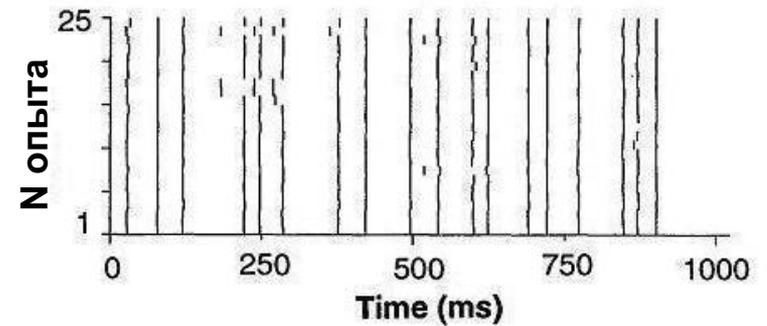
*потенциал одного нейрона популяции*



*популяционная частота  $\nu(t)$*



*растрограмма спайков*

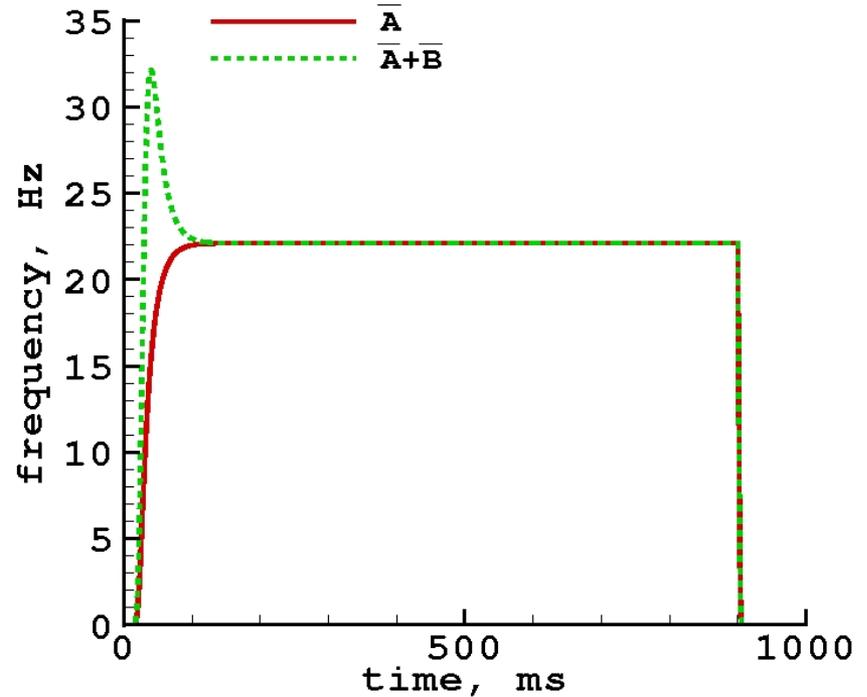
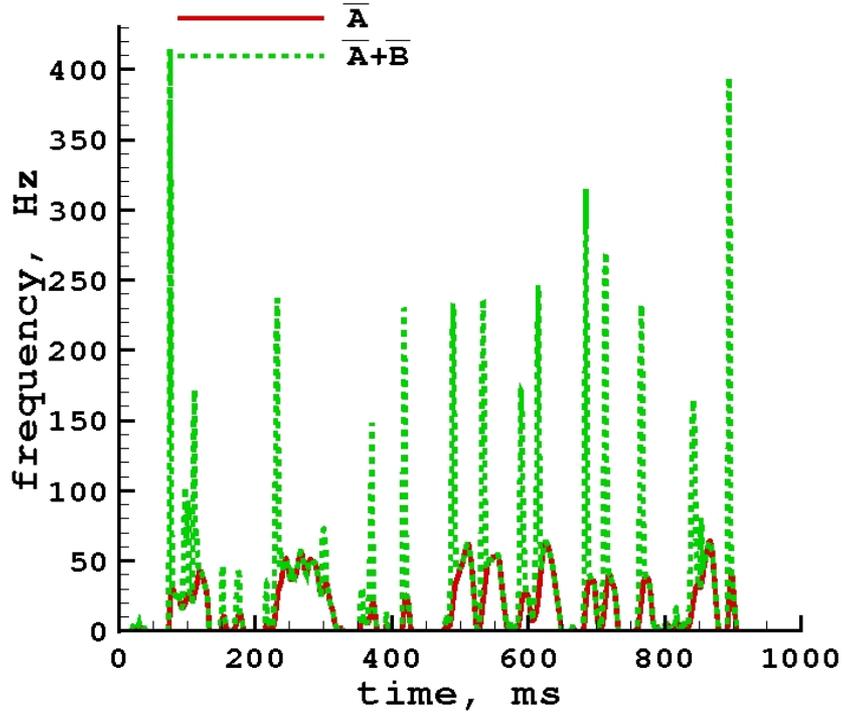


$v(t) = \bar{A}(U) + \bar{B}(U, dU/dt)$  популяционная частота

$$\bar{A}(U) = \left[ \tau_m \sqrt{\pi} \int_{(V_{reset}-U)/\sigma_V \sqrt{2}}^{(V^T-U)/\sigma_V \sqrt{2}} e^{u^2} (1 + \operatorname{erf}(u)) du \right]^{-1} \text{ стационарный член}$$

$$\bar{B}(U, dU/dt) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_V} \left[ \frac{dU}{dt} \right]_+ \exp\left( -\frac{(V^T - U)^2}{2\sigma_V^2} \right)$$

нестационарный член



## Выводы

В предложенной модели популяции нейронов ведут себя синхронным образом в течение долгого времени при стимуляции шумоподобным сигналом, в то время как длительная синхронизация невозможна при подаче постоянного стимула.

При рассмотрении поведения популяции нейронов в случае переменного стимула в рамках частотных моделей необходимо учитывать вклад нестационарного члена в уравнении для частоты.